UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Géométrie et isométries

Présentation du module

Enseignants

Le cours est fait cette année par Florian Ivorra et le TD par Lionel Fourquaux. Vous pouvez trouver nos coordonnées sur nos pages web respectives, qui sont indiquées sur la page web du cours. N'hésitez pas à nous contacter (en particulier pendant le semestre) si vous avez des questions sur ce cours.

Page web du cours

Divers renseignements sont disponibles sur la page

https://www.normalesup.org/~fourquau/pro/teaching/2015-2016/geis/

Les sujets de TD y seront déposés au fil du semestre. Vous pouvez aussi y retrouver ce document et des liens vers les pages des années précédentes, avec les sujets d'examens et quelques corrigés.

Contrôle continu et examen

Le contrôle continu sera fait sous la forme de 2 ou 3 interrogations (de durée généralement comprise entre 30 minutes et une heure), au cours du semestre. Il s'agit en général d'exercices semblables à ceux faits en TD.

Les modalités habituelles s'appliquent au contrôle continu. En particulier, toute absence non justifiée est comptée comme un zéro à l'interrogation manquée.

L'examen dure 2 heures. Il est aussi constitué d'exercices semblables (voire identiques, à l'occasion) à ceux du TD. La première session a lieu en décembre et la session de rattrapage en juin.

La note du module est obtenue par la formule usuelle max(EX, (CC + EX)/2), où CC désigne la note de contrôle continu et EX la note d'examen.

Contenu du cours et prérequis

Le but du cours est de construire rigoureusement les fondements de la géométrie (affine et euclidienne) élémentaire, en s'appuyant sur l'algèbre linéaire plutôt que sur une approche

axiomatique comme celle d'Euclide. Les prérequis se limitent donc à l'algèbre linéaire (espaces vectoriels, applications linéaires, somme directe, dimension, déterminant, valeurs propres et vecteurs propres) et bien sûr aux méthodes générales de théorie des ensemble.

Un minimum d'aisance à comprendre et écrire des démonstrations est indispensable pour suivre le cours dans de bonnes conditions.

Un test de prérequis est disponible sur la page du cours, si vous souhaitez vérifier que vous maîtrisez suffisamment ces connaissances. Nous attendons que les étudiants venant au cours soient capables de traiter ces exercices sans grande difficulté. (En particulier, vous devez être certains de vos réponses sans devoir vous référer à un corrigé).

Le cours se répartit sur 18 séances de 2h chacune. Le programme prévu est :

- produit scalaire et structure d'espace vectoriel euclidien, algorithme d'orthonormalisation de Schmidt, isométries vectorielles, symétries orthogonales, rotations vectorielles ;
- espaces affine, applications affines, barycentre ;
- espaces affines euclidiens, isométries affines, rotations affines ;
- angles et mesure des angles dans le plan affine euclidien ;
- similitudes (si le temps le permet).

Rappelons qu'un cours de mathématiques doit être travaillé régulièrement au cours du semestre, et que simplement assister au cours ne suffit pas ! Nous vous encourageons vivement à relire le cours, crayon à la main, après chaque séance, en vous assurant que vous comprenez et savez refaire les démonstrations. N'hésitez pas à nous poser des questions, dès que possible, en cours, en TD ou par email, si vous découvrez que vous ne comprenez pas tout ce qui a été dit.

Nous ne saurions trop insister sur l'importance d'apprendre *dans les moindre détails* les définitions et les théorèmes du cours. Sans cela, il est impossible de traiter les exercices, de même qu'il est impossible de parler une langue étrangère sans en avoir appris le vocabulaire et la grammaire.

Les démonstrations doivent aussi être étudiées, comme des modèles de ce que vous pouvez être amenés à écrire en réponse aux exercices.

Travaux dirigés

Le cours est accompagné de 18 séances de 2h de travaux dirigés, permettant de travailler et d'approfondir les concepts étudiés. C'est aussi un bon moment pour poser des questions et demander à revoir ce qui vous a échappé pendant les heures de cours, que trop peu d'étudiants mettent à profit.

Les TD des années passées ont montré l'existence d'un gros problème de méthode de travail chez les étudiants. Un TD de mathématiques ne doit pas être passé à attendre passivement la solution des exercices, puis à recopier la correction afin de l'étudier plus tard ! Le but des TD est avant tout d'apprendre à *chercher* des solutions, et à mieux les rédiger. La correction elle-même n'a souvent que peu d'intérêt, et la démarche pour y parvenir ne s'apprend pas en reproduisant des solutions toutes faites. Comme le dit un collègue, « en séance de travaux dirigés, le rôle du chargé de TD est de diriger, celui des étudiants est de travailler ». Le travail dont il est question consiste à chercher à résoudre par soi-même les exercices.

Beaucoup d'étudiants semblent avoir gardé une conception des mathématiques datant du lycée, où l'accent est surtout mis sur des méthodes mathématiques permettant de résoudre des problèmes. Il est important de comprendre que l'objectif du cours et du TD n'est pas là. Il s'agit maintenant de produire des *démonstrations* en maniant les concepts vus en cours. Très peu d'exercices se limitent à des calculs, et le seul algorithme étudié dans ce cours est l'algorithme d'orthonormalisation de Schmidt. La plupart du temps, il n'y a pas de méthode toute faite à appliquer, et c'est à l'ingéniosité des étudiants qu'il est fait appel pour arriver à une solution.

Une bonne manière de procéder en TD est de se munir d'une quantité suffisante de papier brouillon, et de ne pas hésiter à écrire : reformuler l'énoncé, mettre à plat ses idées, essayer de démontrer au moins des cas particuliers. Il ne faut surtout pas chercher à n'écrire que des choses justes : c'est en se trompant puis en comprenant ses erreurs qu'on apprend. Il ne faut pas non plus se décourager si l'on ne voit pas immédiatement comment faire : chercher une manière d'arriver à la solution quand le cheminement n'est pas tout à fait évident est aussi très formateur.

Ce cours appartenant à une filère dont l'un des principaux débouchés est l'enseignement (en particulier via le CAPES), apprendre à bien rédiger les démonstrations fera aussi partie des objectifs.

Bibliographie

Les chapitres 1 à 3 du livre Géométrie de Michèle Audin contiennent l'essentiel du contenu du cours (et plus encore). Beaucoup de livres de lycée de l'époque des « mathématiques modernes » couvrent également le sujet.

En ce qui concerne les prérequis d'algèbre linéaire, une référence possible est le tome 1 du Cours de mathématiques d'Arnaudiès et Fraysse.