UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Géométrie et isométries

Exercice supplémentaire 1

Exercice 1

Soit $\mathcal{E}$ un plan affine réel, de direction E. Rappelons que si $O \in \mathcal{E}$, alors l'application $u \mapsto O + u$ est une bijection de E sur $\mathcal{E}$. On munit $\mathcal{E}$ de la topologie qui fait de cette bijection un homéomorphisme (E étant muni de la topologie usuelle des $\mathbb{R}$-espaces vectoriels de dimension finie).

Soient A_0, B_0, C_0 trois points de $\mathcal{E}$. On définit récursivement des suites de points $(A_n)_{n\geqslant 0}$, $(B_n)_{n\geqslant 0}$, $(C_n)_{n\geqslant 0}$ par :

- A_{n+1} est le milieu (i.e. l'isobarycentre) de B_n et C_n ;
- B_{n+1} est le milieu de C_n et A_n ;
- C_{n+1} est le milieu de A_n et B_n.

Montrer que les suites $(A_n)_{n\geqslant 0}$, $(B_n)_{n\geqslant 0}$ et $(C_n)_{n\geqslant 0}$ convergent, vers un point que l'on précisera.