UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Géométrie en petite dimension

Contrôle continu n°2 : vendredi 28 novembre 2014

Documents, notes de cours ou de TD, téléphones portables, calculatrices sont interdits. Justifiez toutes vos réponses.

Durée : Une heure

Questions de cours

On rappelle qu'une définition (ou un théorème) est un énoncé clair, précis et non ambigu. Une attention toute particulière sera portée sur ces points.

1. Rappeler la définition d'une isométrie, d'une similitude.
2. Quelle est la nature du produit de deux homothéties de rapport -1 ? Déterminer les caractéristiques géométriques de ce produit.
3. Démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à π.

Exercice 1

Soit ABC un triangle. Les côtés $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$ ont pour milieu respectifs les points I, J et K. On note G le centre de gravité de ABC. Soit M un point du plan, on note P, Q et R les symétriques de M par rapport aux points I, J et K. **Il n'est pas nécessaire de savoir répondre aux questions $1, ..., n$ pour répondre à la question $n+1$.**

1. Faire une figure.
2. Montrer qu'il existe une homothétie h telle que $h(A) = I$, $h(B) = J$ et $h(C) = K$.
3. Montrer l'unicité d'une telle homothétie.
4. Montrer qu'il existe une homothétie g de rapport 2 telle que $g(I) = P$, $g(J) = Q$ et $g(K) = R$.
5. Quelle est la nature de $g \circ h$?
6. On note O le milieu de $[AP]$. Montrer que $g \circ h(O) = O$.

7. Quelles sont les caractéristiques géométriques de $g \circ h$?
8. En déduire que les segments $[AP]$, $[BQ]$ et $[CR]$ se coupent en leurs milieux.
9. Montrer que les points M, G et O sont alignés.

Exercice 2

Soient A et B deux points du plan.

1. Montrer que l'ensemble Γ des points M du plan tels que :

$$2MA^2 - MB^2 = 0,$$

est un cercle de rayon $\sqrt{2}AB$ et de centre un point G à déterminer.

Soit C un point de Γ et D l'ensemble des points M du plan tels que :

$$2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 0$$

2. Montrer que $C \in D$.
3. Déterminer D.
4. Interpréter géométriquement D.