UNIVERSITÉ DE RENNES 1

**Géométrie en petite dimension**

*TD n° 1 Bonus*

## Exercice 1

On considère la famille de plans $(P_m)_{m\in\mathbb{R}}$ définis par les équations cartésiennes :

$$m^2x + (2m-1)y + mz = 3.$$

Montrer qu'il existe un unique point $Q$ appartenant à tous les plans $P_m$.

Pour approfondir.

## Exercice 2

Déterminer l'intersection des droites suivantes.

$$\left\{ t\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \quad t\in\mathbb{R}\right\} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \quad t\in\mathbb{R}\right\},$$

$$\left\{ \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \quad t\in\mathbb{R}\right\} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \quad s\in\mathbb{R}\right\},$$

## Exercice 3

Trouver un paramétrage des droites :

$$(D_1) \qquad 3x - 5y + z = 1 \qquad \text{et} \qquad x + y + z = 1$$

$$(D_2) \qquad x - 2y = 1 \qquad \text{et} \qquad x + 2y + z = 0$$

## Exercice 4

Donner une équation implicite de la droite $D_1$ passant par :

$$A\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \quad \text{et dirigée par le vecteur} \quad \vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$$

et de la droite $D_1$ passant par :

$$B\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix} \quad \text{et dirigée par le vecteur} \quad \overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\1\\-5\end{pmatrix}$$

## Exercice 5

Trouver un paramétrage des plans :

$$(P_1) \qquad 3x - y + z = 1$$

$$(P_2) \qquad 5x - 2y = 1$$

## Exercice 6

Donner une équation implicite du plan $\Pi_1$ passant par :

$$A\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} \quad \text{et dirigée par les vecteurs} \quad \overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{v}\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$$

et du plan $\Pi_2$ passant par :

$$B\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix} \quad \text{et dirigée par le vecteur} \quad \overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\0\\-5\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{u}\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}$$

Pour chercher.

## Exercice 7

Dans le triangle $ABC$, on considère trois points $P, Q, R$, sur les côtés $(BC), (AC)$ et $(AB)$ respectivement, ces points n'étant pas les points $A, B$ ou $C$. Montrer que $P, Q$ et $R$ sont alignés si et seulement si

$$\frac{\overline{PB}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{QC}}{\overline{QA}} = \frac{\overline{RA}}{\overline{RB}} = 1$$

## Exercice 8

Dans le triangle $ABC$, on considère trois points $P, Q, R$, sur les droites $(BC), (AC)$ et $(AB)$ respectivement, ces points n'étant pas les points $A, B$ ou $C$. Montrer que les droites $(AP)$, $(BQ)$ et $(CR)$ sont concourantes ou parallèles si et seulement si

$$\frac{\overline{PB}}{\overline{PC}} \cdot \frac{\overline{QC}}{\overline{QA}} \cdot \frac{\overline{RA}}{\overline{RB}} = -1$$

## Exercice 9

Soient $(A_1, A_2, A_3)$ et $(B_1, B_2, B_3)$ deux systèmes de trois points alignés. Montrer que les points $C_1$, $C_2$ et $C_3$, intersections des droites $(A_2B_3)$ et $(A_3B_2)$, $(A_3B_1)$ et $(A_1B_3)$, $(A_1B_2)$ et $(A_2B_1)$ (que l'on suppose exister) sont alignés.